

Монеты и Взвешивания



Представьте, что вам нужно найти фальшивую монету, которая выглядит точь в точь, как настоящая, но отличается по весу. Чтобы взвешивать монеты, можно использовать весы, которые просто сравнивают вес и могут определить, что легче, а что тяжелее.



Если фальшивая монета легче остальных (в ней меньше золота), что мы можем предпринять, чтобы её найти?



Если у нас всего две монеты, мы их просто сравним на весах, и та, что легче — фальшивая.

Ну а если у нас три монеты и одна из них легче?
Можем ли мы обнаружить её одним взвешиванием?

Конечно! Мы сравним две монеты и, если одна из них легче, то она и есть фальшивая.



Если же две монеты из трёх весят одинаково, то фальшивая та, что осталась.



Теперь у нас девять монет, и одна из них легче остальных.
Как вы думаете, можно ли её найти *двумя* взвешиваниями?

Давайте сначала разложим 9 монет
на три равные кучки и сравним две
из них между собой.



Также, как и в прошлый раз, если вес монет разный, фальшивая монета спряталась в той кучке, которая оказалась легче. А если вес одинаковый, фальшивая монета в той кучке, которую не взвешивали.



В любом случае, мы теперь знаем, в какой кучке из трёх монет спряталась фальшивая и мы её легко найдём за одно взвешивание.

Сможете найти фальшивую монету
среди 27 за три взвешивания?

Давайте немного изменим задачу. Теперь у нас пять монет и только одна из них фальшивая, но мы не знаем легче она или тяжелее. Можно ли найти её за два взвешивания, если у нас есть ещё какое-то количество подлинных монет?

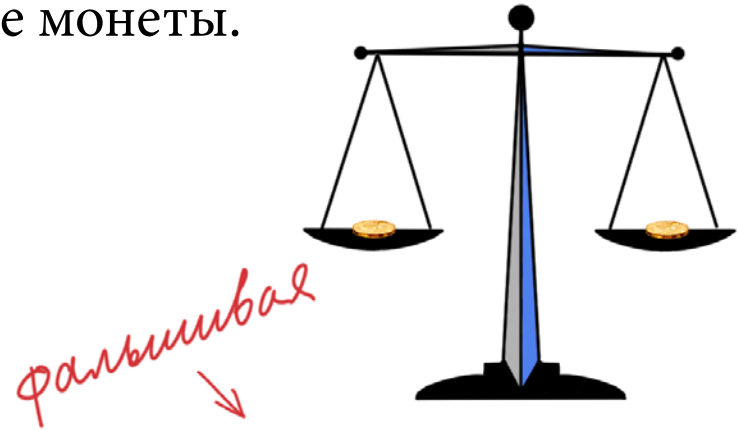
Давайте возьмём три монеты из этих пяти и сравним их с тремя подлинными монетами.



Если вес равный, фальшивая — это одна из двух оставшихся. Теперь нужно одну из них сравнить с подлинной монеткой и, если вес неравный, мы знаем на какой чашечке весов лежит фальшивка. Если же равный, фальшивая осталась в стороне.

Ну а если при первом взвешивании вес оказался неравным, значит плохая монетка одна из трёх, взятых вначале. И мы теперь знаем легче она или тяжелее, поскольку мы точно знали, на какой чашечке весов правильные монеты.

Следующим взвешиванием мы сравним две монеты из “неправильной” кучки и, если вес одинаков, то оставшаяся в стороне фальшивая.

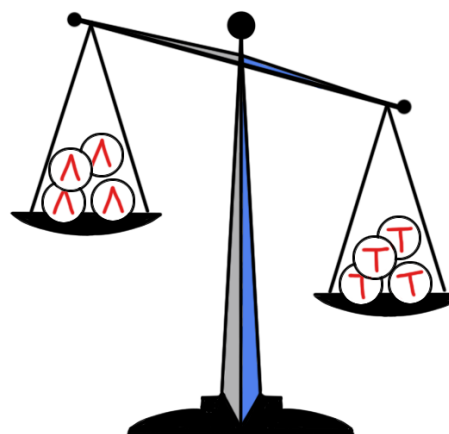


Если же вес был разным, мы знаем, что фальшивая на весах, но на какой чашке? Тут нужно вспомнить легче или тяжелее были монеты, когда мы их первый раз сравнивали с тремя подлинными.



Предположим, что у нас 13 монет. Одна из них фальшивая и отличается по весу. Попробуем определить фальшивую за три взвешивания.

Начнём с того, что сравним четыре и четыре монеты. Если их вес равен, фальшивая среди оставшихся пяти. А мы уже знаем как её найти за два оставшихся в запасе взвешивания.



Если же вес неравен, мы сделаем так. Мы пометим четыре перевесивших монетки буквой **Т** (тяжёлые), а на другой чаше весов **Л** (лёгкие).

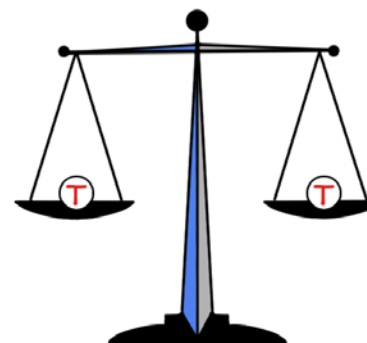
Давайте поместим две **Т** монетки и одну **Л** монетку на каждую чашу весов и посмотрим. Если они равны, монетка, которую мы ищем, — это одна из двух оставшихся. И мы легко её обнаружим одним взвешиванием.



Если вес неравен, мы уберём две **Т** монетки с более лёгкой стороны, и одну **Л** с более тяжёлой.



Если мы сравним две оставшихся **Т** монетки между собой и одна из них тяжелее — это та, которую мы разыскиваем.



Если они одинаковы, оставшаяся **Л** — фальшивка.

Ну как? Попробуем решить ещё одну задачку?

Монетный двор изготавливал монеты по 10 гр. каждая. Но однажды, по ошибке, был изготовлен целый мешок с монетами по 9 гр. И теперь необходимо найти этот мешок, полный неправильных монет.

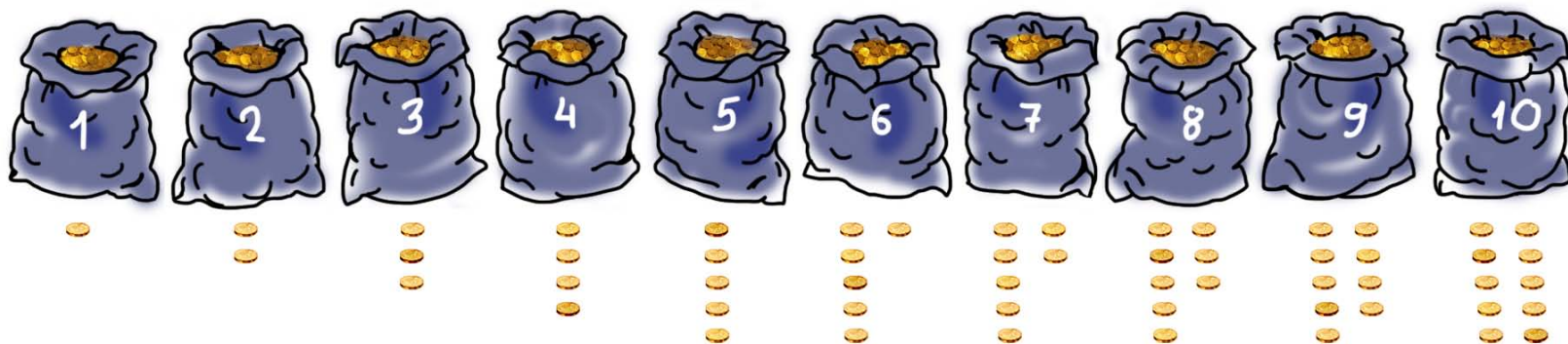


Всего у нас 10 мешков, и в одном из них все монеты по 9 гр.



У нас есть весы, которые очень точно определяют вес в граммах, сколько бы монет вы на них не положили. Можно ли найти мешок с неправильными монетами за *одно* взвешивание?

Оказывается, можно! Пронумеруем мешки. Возьмём одну монетку из первого мешка, две из второго, три из третьего..., ну и так далее. Мы ведь знаем, что монеты должны весить по 10 гр. Значит все взятые монеты должны весить 55 гр. (вы можете сказать, почему?).



Поскольку какие-то монеты легче, общий вес будет меньше, чем нужно. Если вес меньше на один грамм, неправильные монеты в первом мешке, если на 7 грамм, то в седьмом... Так мы их и найдём.